

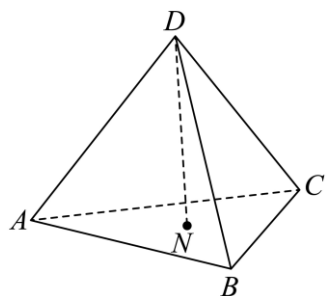
空间向量

1. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, 若 $\triangle BCD$ 是正三角形, E 为其重心, 则 $\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{3}{2}\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{AD}$ 化简的结果为_____.

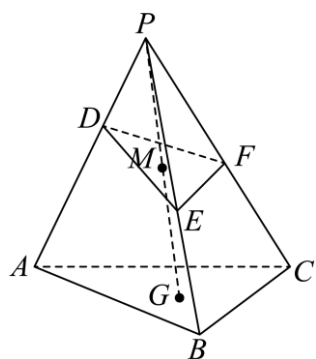
2. 一般地, 对于三个不共面的向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, 以任意点 O 为起点, $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 为邻边作平行六面体, 则 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 的和等于以 O 为起点的平行六面体的_____所表示的向量.

3. 已知 M, N 分别是四面体 $OABC$ 的棱 OA, BC 的中点, 点 P 在线段 MN 上, 且 $MP = 2PN$, 设 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB} + z\overrightarrow{OC}$, 则 $x = \underline{\hspace{1cm}}$, $y = \underline{\hspace{1cm}}$, $z = \underline{\hspace{1cm}}$.

4. 在正四面体 $ABCD$ 中, N 是面 ABC 的中心, 设 $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{c}$, 则 $\overrightarrow{DN}$ 用 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 的线性组合可表示为_____.

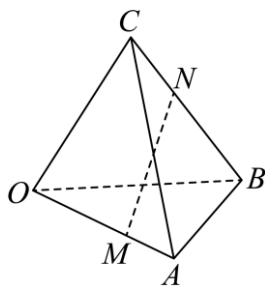


5. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, G 为 $\triangle ABC$ 的重心, $\overrightarrow{PF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PC}$, $\overrightarrow{PD} = \lambda\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PE} = \mu\overrightarrow{PB}$, $\lambda, \mu \in (0, 1)$, 若 PG 交平面 DEF 于点 M , 且 $\overrightarrow{PM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{PG}$, 则 $\lambda + \mu$ 的最小值为_____.

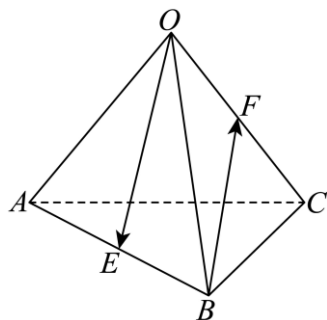


6. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 若动点 P 在线段 BD_1 上运动, 则 $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AP}$ 的最大值是_____.

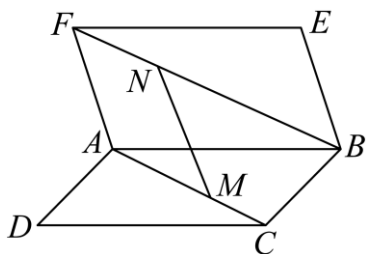
7. 如图, 在四面体 $O-ABC$ 中, $OA = OB = OC = 3$, $\angle AOC = \angle BOC = \angle AOB = 60^\circ$, 点 M, N 分别在 OA, BC 上, 且 $OM = 2MA$, $BN = 2NC$, 则 $MN = \underline{\hspace{1cm}}$.



8. 已知空间四边形 $OABC$ 各边及对角线长都相等, E, F 分别为 AB, OC 的中点, 向量 $\overrightarrow{OE}$ 与 $\overrightarrow{BF}$ 夹角的余弦值_____.



9. 如图, 正方形 $ABCD$ 和正方形 $ABEF$ 的边长都是 1, 且它们所在的平面所成的二面角 $D-AB-F$ 的平面角 60° , M, N 分别是 AC, BF 上的动点, $AM = BN$, 则 MN 的最小值是_____.



10. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = AA_1 = 2$, $\angle DAB = \angle A_1AB = \angle A_1AD = 60^\circ$,

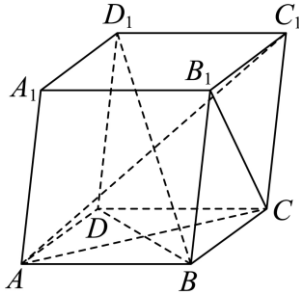
若 $\overrightarrow{AQ} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AD} + p\overrightarrow{AA_1}$, 其中 $m, n, p \in [0, 1]$, 给出下列四个结论:

- ①若点 Q 在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内, 则 $p = 1$;
- ②若 $CQ \perp DB$, 则 $m = n$;
- ③当 $p = \frac{1}{2}$ 时, 三棱锥 $Q-ABD$ 的体积为 $\frac{9\sqrt{2}}{8}$;
- ④当 $m + n = 1$ 时, CQ 长度的最小值为 $\sqrt{2}$.

所有正确结论的序号是_____ (把所有正确命题的序号都填在横线上).

11. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, N 在线段 PA 上, 满足 $PA=3PN$, M 是平面 ABC 内任意一点, $4\overrightarrow{PM}=5\overrightarrow{PN}+x\overrightarrow{PB}+2\overrightarrow{PC}$, 则实数 $x=$ _____.

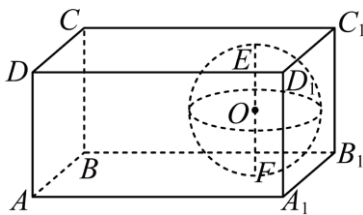
12. 如图, 一个晶体的形状为平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 其中, 以顶点 A 为端点的三条棱长均为 6, 且它们彼此的夹角都是 60° . 则 BD_1 与 AC 所成角的余弦值为_____.



13. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为正方体内一动点(包括表面), 若 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}+z\overrightarrow{AA_1}$, 且 $0\leq x\leq y\leq z\leq 1$, 则点 P 所有可能的位置所构成的几何体的体积是_____.

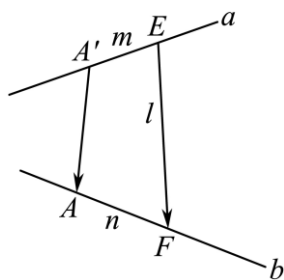
14. 若 $\vec{a}=\vec{e}_1+\vec{e}_2, \vec{b}=\vec{e}_2+\vec{e}_3, \vec{c}=\vec{e}_1+\vec{e}_3, \vec{d}=\vec{e}_1+2\vec{e}_2+3\vec{e}_3$, 若 $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ 不共面, 当 $\vec{d}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}$ 时, 则 $\alpha+\beta+\gamma=$ _____.

15. 如图, 球 O 为长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 内能放入的体积最大的球, EF 是球 O 的一条直径, P 为该长方体表面上的动点, 且 $AA_1=2AB=2AD=4$, 则 $\overrightarrow{PE}\cdot\overrightarrow{PF}$ 的最大值为_____.



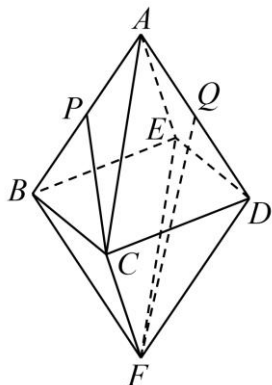
16. 已知空间向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2, |\vec{c}|=\sqrt{7}$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为_____.

17. 如图, 两条异面直线 a, b 所成的角为 θ , 在直线 a, b 上分别取点 A', E 和点 A, F , 使 $AA'\perp a$, 且 $AA'\perp b$ (AA' 称为异面直线 a, b 的公垂线). 已知 $A'E=m$, $AF=n$, $EF=l$, 则公垂线 $AA'=$ _____.

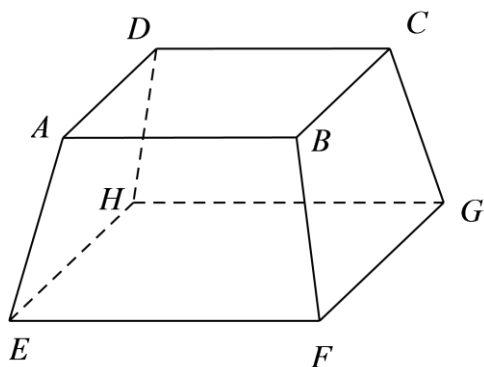


18. 已知 E, F, G, H 分别是空间四边形 $ABCD$ 各边 AB, BC, CD, DA 的中点, 若 $BD = m, AC = n (m > 0, n > 0)$, 则 $EG^2 + HF^2 =$ _____.

19. 正多面体也称柏拉图立体, 被誉为最有规律的立体结构, 是所有面都只由一种正多边形构成的多面体 (各面都是全等的正多边形). 数学家已经证明世界上只存在五种柏拉图立体, 即正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体、正二十面体. 已知一个正八面体 $ABCDEF$ 的棱长都是 2 (如图), P, Q 分别为棱 AB, AD 的中点, 则 $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{FQ} =$ _____.



20. 光丘楼亦称“余木楼”“鼓楼”“东昌楼”, 位于山东省聊城市, 其墩台为砖石砌成的正四棱台, 直观图如图所示, 其上下底面边长之比约为 $\frac{9}{10}$, 则 $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{FB} + \frac{1}{9}\overrightarrow{DC} =$ _____.



21. 在三棱锥 $A-BCD$ 中, P 为 $\triangle BCD$ 内一点, 若 $S_{\triangle PBC} = 1, S_{\triangle PCD} = 2, S_{\triangle PBD} = 3$, 则 $\overrightarrow{AP} =$ _____. (用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ 表示)