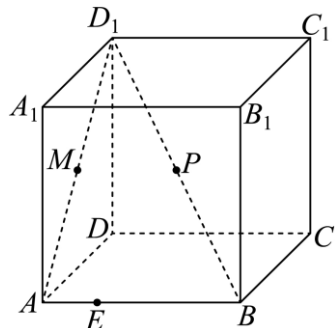


空间向量

1. 如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， P ， E 分别为线段 BD_1 ， AB 上的动点， M 为线段 AD_1 的中点，给出下列四个结论：



- 三棱锥 $E-CDC_1$ 的体积为定值；
- $PC+PM$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{66}}{6}$ ；
- 不存在点 E ，使得 A_1E 与 BD_1 所成的角为 45° ；
- $\triangle A_1DP$ 面积的取值范围为 $\left[\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$.

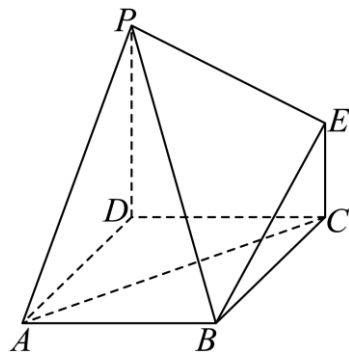
其中所有正确结论的序号是_____.

2. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为直角梯形， $AB \parallel DC$ ， $\angle DAB = 90^\circ$ ， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ，且 $PA = AD = DC = 1$ ， $AB = 2$ ，则异面直线 AC 与 PB 所成的角的余弦值为_____.

3. 若点 $A(0,2,0)$ ， $B(1,3,-1)$ ，平面 α 的一个法向量为 $\vec{n} = (1,2,-2)$ ，则直线 AB 与平面 α 所成角的正弦值为_____.

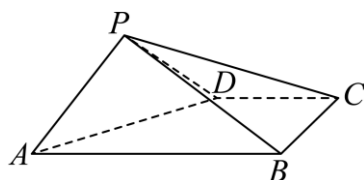
4. 空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，过点 $P(x_0, y_0, z_0)$ 且一个法向量为 $\vec{n} = (a, b, c)$ 的平面 α 的方程为 $a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$. 已知平面 α 的方程为 $x + y + 4z - 3 = 0$ ，直线 l 是平面 $\beta: x + 2y - 3 = 0$ 与平面 $\gamma: 2y + z + 1 = 0$ 的交线，则直线 l 与平面 α 所成角的大小为_____.

5. 如图，在六面体 $PABCDE$ 中，四边形 $ABCD$ 是正方形，平面 $PAD \parallel$ 平面 BCE , $CE \perp$ 平面 $ABCD$, $CD = PD = 2CE$.



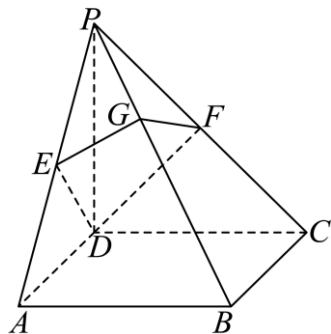
- (1) 证明: $PB \perp AC$;
- (2) 求平面 PBD 和平面 PAB 夹角的正弦值.

6. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $AB \parallel CD$, $AB = 2DC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\triangle PAD$ 为等腰直角三角形， AD 为斜边，其中 $AB = 2$, $PD = BC = 1$, $PB = PC$.



- (1) 证明: 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$;
- (2) 线段 PB 上是否存在一点 T , 使得 AT 与平面 PAD 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$, 若存在, 求出 $\frac{PT}{PB}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.

7. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是正方形， $PD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PD = AD = 2$. 已知 E, F 分别为 PA, PC 的中点，平面 DEF 与棱 PB 交于点 G .

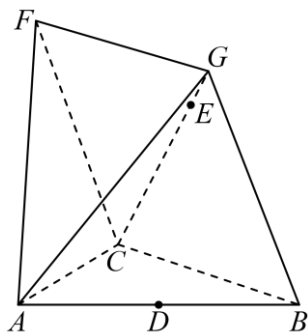


(1) 求证: $DE \perp$ 平面 PAB ;

(2) 求平面 CDG 与平面 $ABCD$ 的夹角的余弦值;

(3) 判断线段 EF 上是否存在一点 H ，使得点 H 到平面 CDG 的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{10}$? 若存在，请求出点 H 的坐标; 若不存在，请说明理由.

8. 如图，在四棱锥 $A-BCFG$ 中， $\triangle ABC$ 是边长为 4 的等边三角形，四边形 $BCFG$ 为菱形， $\angle CBG = 60^\circ$ ，平面 $ABC \perp$ 平面 $BCFG$ ， D 为棱 AB 的中点，记平面 ABC 和平面 AFG 的交线为 l .

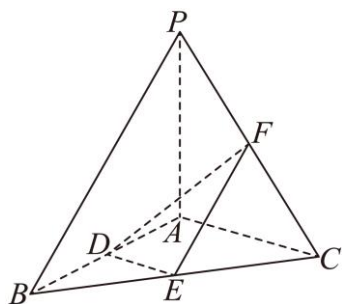


(1) 证明: $l \parallel BC$;

(2) 求点 D 到平面 ACF 的距离;

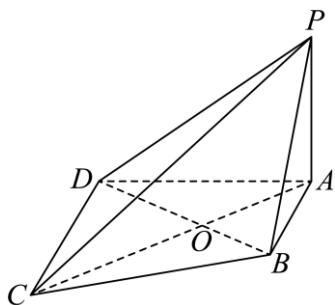
(3) 在线段 CG (不含端点) 上是否存在一点 E ，使得直线 DE 与平面 ACF 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{10}$? 若存在，求 E 的位置; 若不存在，请说明理由.

9. 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $PA \perp$ 平面 ABC , $\angle BAC = 90^\circ$, D, E, F 分别是棱 AB, BC, CP 的中点， $AB = AC = 1, PA = 2$.



- (1) 求点 P 到直线 EF 的距离
- (2) 求点 P 到平面 DEF 的距离.

10. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形， $AB \perp AD$ ，且 $AB = \sqrt{2}$ ， $CD = 2\sqrt{2}$ ， $PA = 2$ ， $AD = 2$ ， $PA \perp$ 平面 $ABCD$.



- (1) 求证： $BD \perp$ 平面 PAC ；
- (2) 求 BD 与平面 PCD 所成的角的正弦值.
- (3) 求二面角 $D-PC-B$ 的大小.