

正余弦定理

1. 在 $\triangle ABC$ 中, a 、 b 、 c 分别三个内角 A 、 B 、 C 的对边, $A = \frac{\pi}{3}$, $b = 4$, 若该三角形有两个解, 则边 a 的长的取值范围为_____.
2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$, 则 $BC : CA : AB$ _____.
3. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 所对的边分别为 a , b , c , 若 $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 5 : 7$, 则 $\cos B =$ _____.
4. 已知 $\triangle ABC$ 中, 三边分别为 a , b , c , 所对角为 A 、 B 、 C , 若 $(a+b+c)(a+b-c) = 3ab$, 则 $\angle C =$ _____.
5. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 3$, $b = 2$, $\cos(A+B) = \frac{1}{3}$, 则边长 $c =$ _____, 则 $\triangle ABC$ 的外接圆半径 $r =$ _____.
6. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\sin^2 A + \sin^2 B + \sin A \sin B = \sin^2 C$, 且 AB 边上的中线长为2, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为_____.
7. 在 $\triangle ABC$ 中, CD 为角 C 的平分线, 若 $B = 2A$, $3AD = 4BD$, 则 $\cos A$ 等于_____.
8. 在锐角三角形 ABC 中, 边 BC 长为1, 且 $B = 2A$, 则边 AC 的长度取值范围是_____.
9. 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 面 ABC , $PA = AC = 2$, $\angle ABC = 30^\circ$, 则三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为_____.
10. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a \sin B + b \cos A = c$, 则 $B =$ _____.

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = x$, $BC = 2\sqrt{2}$, $C = \frac{\pi}{4}$, 若存在两个这样的三角形 ABC , 则 x 的取值范围是_____.

12. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $B = \frac{\pi}{3}$, $CB = 6$, $AB = 8$, AC 的中点为 D , 若长度为 3 的线段 PQ (点 P 在点 Q 的左侧) 在直线 BC 上滑动, 则 $AP + DQ$ 的最小值为_____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $B = 60^\circ$, $a + c = 6$, $b = 2\sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

14. 已知平行四边形 $ABCD$, 对角线 $AC = 2\sqrt{7}$, $BD = 2\sqrt{3}$, $AB = 4$, 则边 $AD =$ _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 8$, $b = 7$, $c = 3$, 则 $\tan(A + C) =$ _____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $c = 8$, $b = 14$, BC 边上的中线 AD 长为 7, 则 $a =$ _____.

17. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $b = 4$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $4S = \sqrt{3}(a^2 + c^2 - b^2)$, 则 $a + c$ 的最大值为_____.

18. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, $BC = \sqrt{7}$, $AB = 2$, $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于 D , 则 AD 的长度为_____.

19. $\triangle ABC$ 中角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $a = 3$, D 为 BC 的点, 且 $BD = 2CD$, $AD = 1$, 则 $b + c$ 的最大值为_____.

20. 顶角为 36° 的等腰三角形称作“黄金三角形”, 其底边与腰长之比为黄金比 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 则 $\cos 36^\circ$ 的值为_____.

21. 已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \cos^2 \frac{x}{2} - \frac{1}{2}$, 将函数 $f(x)$ 图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 得到

函数 $g(x)$ 的图象. (1)求 $g(x)$ 的单调递增区间;

(2)在 $\triangle ABC$ 中, 若 $g(B) = \frac{1}{2}, b = 2\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值

22. 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 设 $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$, $\triangle ABC$ 的面积

为 S . (1)求证: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$; (2)已知 $p = 15, S = 15\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的内切

圆半径 r ; (3)已知 $p = 8$, 且 $c^2 = 6(a \cos B + b \cos A)$, 求 S 的最大值.

23. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $a \cos B + b \cos A = 2c \cos A$.

(1)求 A 的大小;

(2)若角 A 的角平分线交边 BC 于点 D , $a = 7$, $\triangle ABC$ 的周长为 15, 求 AD 的长.

24. 已知函数 $f(x) = 2\sin x \cdot \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{\sqrt{3}}{2}$. (1)求 $f(x)$ 的周期及在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的值域; (2)锐

角 $\triangle ABC$ 中, $BC = 2\sqrt{2}$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, $f(A) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 BC 边上的中线 AT 的长.

25. 锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c , $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$, $b = 2$.

(1)若 $a = 3$, 求 $\sin C$; (2)求 $a^2 + 4c$ 的取值范围.

26. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 2\sqrt{3}, BC = 3 + \sqrt{3}, AC = 3\sqrt{2}$.

(1)求 $\angle ABC$; (2)若在 BC 边上存在点 E , 使 $\triangle ABE$ 为锐角三角形, 求 $AE + BE$ 的取值范围.